**Feuille 9 – Applications linéaires et matrices**

Exercice 1 :

Soit un -espace vectoriel et . On rappelle qu’un sous-espace vectoriel de est dit stable par si .

1. Montrer que si , alors et sont stables par .

Dans la suite de cet exercice, on suppose que est un projecteur, ie .

1. Montrer que et sont supplémentaires dans .
2. Montrer que si et sont stables par , alors .

Exercice 2 :

Soit un endomorphisme de dont la matrice dans la base canonique est :

1. Donner une base de . En déduire une base de .
2. Montrer que .
3. En déduire une expression de pour tout .

Exercice 3 :

Soient , et on note

1. On pose . Calculer en fonction des pour tout .
2. On suppose maintenant que . Que dire de  ?
3. On admet que pour tout , . Déduire de la question précédente que .

Exercice 4 :

Soit , et l’endomorphisme canoniquement associé à .

1. Montrer que pour tout , on a
2. Donner une base de l’image et du noyau de .
3. On pose . Montrer que est une base de , puis donner la matrice de dans cette base.